

基于改进完美匹配层的非均匀弹性波输入研究

周鹏发¹, 闻毓民^{1,2}, 何永辉³, 高登¹, 骆阳¹, 常铭宇¹

(1. 西南交通大学 交通隧道工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031;

2. 西南交通大学 陆地交通地质灾害防治技术国家工程研究中心, 四川 成都 611756; 3. 广州地铁设计研究院股份有限公司, 广东 东莞 523123)

摘要: 为实现均质地层中非均匀弹性波的精确输入, 对基于时域完美匹配层 (perfectly matched layer, 简称 PML) 的域缩减法 (domain reduction method, 简称 DRM) 进行了研究。提出了一种改进形式的坐标伸展函数, 并给出了参数确定方法。基于 ABAQUS/Explicit 对改进完美匹配层和域缩减法进行了程序实现。推导了弹性半空间中两种典型非均匀弹性波 (超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波) 的自由场位移时域表达式。开展了数值试验, 分别对改进伸展函数的有效性、不同人工边界对外行波的吸收效果、超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波的输入精度等问题进行了验证。结果表明: 改进后的伸展函数物理意义清晰, 有效提高了参数取值的便捷性; 相比传统黏弹性边界和无限元边界, 完美匹配层对外行波的吸收效率更高; 域缩减法程序能够精确输入两种典型非均匀弹性波, 模型位移响应数值解与解析解的归一化均方根偏差小于 1%。研究成果能为岩土及地下工程抗减震研究提供有益参考。

关键词: 波动输入; 完美匹配层; 域缩减法; 临界角; SV 波; Rayleigh 波

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2025) 10-3253-14

Research on the input of inhomogeneous elastic waves based on improved perfectly matched layer

ZHOU Peng-fa¹, WEN Yu-min^{1,2}, HE Yong-hui³, GAO Deng¹, LUO Yang¹, CHANG Ming-yu¹

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering, Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;

2. National Engineering Research Center of Geological Disaster Prevention Technology in Land Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 611756, China; 3. Guangzhou Metro Design and Research Institute Co., Ltd., 523123, Dongguan, Guangdong, China)

Abstract: To accurately impose inhomogeneous elastic waves in homogeneous media, the domain reduction method (DRM) based on the time-domain perfectly matched layer (PML) was investigated. An improved form of the coordinate stretching function was proposed, along with a method for determining its parameters. The improved perfectly matched layers and the domain reduction method were implemented programmatically based on ABAQUS/Explicit. The time-domain expressions of the free-field displacement for two typical inhomogeneous elastic waves (SV wave incident at supercritical angle and Rayleigh wave) in an elastic half-space were derived. Numerical experiments were conducted to verify the effectiveness of the improved stretching function, the absorption performance of various artificial boundaries for outgoing waves, and the input accuracy of the domain reduction method for SV waves incident at supercritical angles and Rayleigh waves. The results indicate that the improved stretching function has a clear physical meaning and effectively enhances the convenience of parameter selection. Compared to traditional viscoelastic and infinite element boundaries, the perfectly matched layer exhibits higher absorption efficiency for outgoing waves. The domain reduction method program is capable of accurately imposing those two representative inhomogeneous elastic waves, achieving a normalized root-mean-square deviation of less than 1% between the numerical and analytical displacement solutions. The research findings offer valuable insights for studies on seismic resistance and mitigation in underground and geotechnical engineering.

Keywords: wave input; perfectly matched layer; domain reduction method; critical angle; SV wave; Rayleigh wave

1 引言

近年来,全球地震活动频发,对地下工程的运营安全构成了极大威胁。1995 年日本 Kobe 地震、2008 年中国汶川地震等破坏性地震的发生,使地下结构抗震问题受到了大量关注^[1]。有限元数值法是解决工程抗震问题的有效手段,在地下结构地震响应分析中得到了广泛应用。动力人工边界和波动输入方法是地震波动模拟中的技术难点,对数值模拟精度和可靠性具有直接影响。

地下结构地震响应分析中,需要引入人工边界来模拟内部反射波向无限介质中的辐射。针对该问题,国内外学者已经提出了多种人工吸收边界,主要有黏性边界^[2]、黏弹性边界^[3]、无限元边界^[4]、透射边界^[5]和完美匹配层^[6-7]等。这些人工边界中,黏弹性边界和无限元边界因其实现和使用的便捷性,在工程研究中应用最多。与其他人工边界相比,完美匹配层^[8-9]在弹性波分析中的应用相对较晚。由于完美匹配层在处理复杂波场和各向异性地层问题等方面具有显著优势,近年来得到了快速发展^[10-11]。但是,受限于完美匹配层理论的复杂性,其工程应用仍然较少,其边界参数的可解释性和使用便捷性还存在一定不足^[6]。

波动输入方法方面,根据计算等效荷载的原则不同,现有方法可分为边界耦合型输入法^[12]和域缩减法^[13]两类。其中,边界耦合型输入法以刘晶波等^[14-15]提出的黏弹性边界波动法或人工边界子结构法为代表。此类方法中,等效荷载由自由场应力解和吸收边界抗力两部分组成,是使人工边界节点产生“自由场变形”所需要的力。域缩减法^[13]基于严格的理论推导,得到激发自由场“内行波”分量的力学条件,其等效荷载计算与吸收边界的选择无关。与边界耦合型输入方法不同,域缩减法等效应节点力计算只依赖自由场位移解,吸收边界也只负责内部反射波的吸收。因此,域缩减法在使用上具有更高的灵活性。

在应用方面,研究波动类型对场地或结构物的影响是近年来的热点问题。其中,刘晶波等^[14-15]提出的波动输入方法已经被成功应用于多种弹性波的输入,主要包括垂直入射 P 波/SV 波^[16]、斜入射 P 波及次临界角入射 SV 波^[17]、超临界角入射 SV 波^[18]和 Rayleigh 波^[19]等。域缩减法方面,吴冬^[12]基于黏弹性边界,研究了 Rayleigh 波对隧道结构的影响。Zhang 等^[20]基于完美匹配层-域缩减法,分析了次临界角入射 SV 波对地下结构的影响。彭刚等^[10]基于

完美匹配层-域缩减法,研究了斜入射 P 波和次临界角入射 SV 波对混凝土坝地震响应的影响。禹海涛等^[21]将边界元和有限元相融合,提出了基于域缩减法的地下结构地震响应混合模拟方法。Yuan 等^[22]结合刚度矩阵法和域缩减法,研究了层状饱和地基中的 P1-SV 波入射问题。目前,尚未见到完美匹配层-域缩减法在超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波输入中的应用。

针对现有研究的不足,本文从几何角度分析了完美匹配层(perfectly matched layer, 简称 PML)对外行波的作用效应,提出了一种改进型的坐标伸展函数。基于 ABAQUS/Explicit 实现了改进后的时域完美匹配层,并采用 Python 程序实现了域缩减法(domain reduction method, 简称 DRM)波动输入荷载的计算和施加。推导了弹性半空间中两种典型非均匀弹性波(超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波)的自由场位移时域表达式。通过开展数值试验分析了改进完美匹配层的波动吸收性能及域缩减法输入非均匀弹性波的精度。研究结论能够为岩土、地下工程抗震研究提供有益参考。

2 完美匹配层-域缩减法

2.1 完美匹配层原理及改进

如图 1 所示,完美匹配层通过选择适当的复坐标伸展函数,迫使外行波在吸能层内沿着传播路径发生衰减。其中, Γ_{IN} 和 Γ_{PML} 分别表示完美匹配层的内边界和外边界; s_0 和 s_t 分别为完美匹配层内边界和外边界的坐标; L_{pml} 表示完美匹配层厚度; n 表示截断边界的外法线方向。

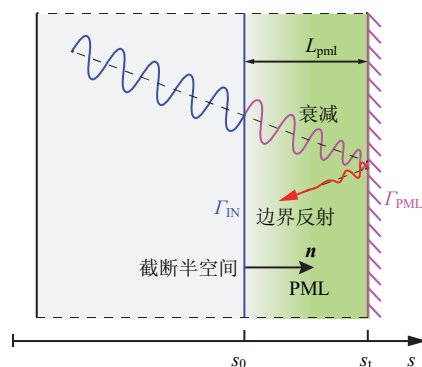


图 1 完美匹配层基本原理

Fig.1 Concept of perfectly matched layer

复坐标伸展的映射关系为

$$s \mapsto \tilde{s} = s_0 + \int_{s_0}^s \varepsilon_s(s', \omega) ds' \quad (1)$$

式中: s 为空间中的任意坐标(m),对于二维问题,

$s = x, y$; s' 为坐标积分变量; ω 为圆频率 (rad/s); “ $\mapsto$ ” 为映射符号; $\tilde{s}$ 表示与坐标 s 对应的伸展坐标; ε_s 表示与坐标 s 对应的坐标伸展函数, 常用的坐标伸展函数形式由式 (2) 给出。

$$\varepsilon_s(s, \omega) = \alpha_s(s) + \frac{1}{i\omega} \beta_s(s) \quad (2)$$

式中: α_s 和 β_s 分别为缩放函数和衰减函数, 分别满足 $\alpha_s \geq 1$, $\beta_s \geq 0$, 且均为关于 s 的单调递增函数; i 为虚数单位。目前, α_s 和 β_s 常采用多项式函数, 如式 (3) 所示。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s(s) &= 1 + \alpha_0 \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^p & s_0 \leq s \leq s_t \\ \beta_s(s) &= \beta_0 \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^p & s_0 \leq s \leq s_t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: α_0 和 β_0 为用户参数; n_s 为坐标 s 上描述完美匹配层外法线方向的单位量, 当 $s-s_0 > 0$ 时取 $n_s = 1$, 当 $s-s_0 < 0$ 时取 $n_s = -1$; p 为多项式的次数, 本文取 $p = 2$ 。

针对式 (3), Kucukcoban 等^[6]明确指出, α_0 和 β_0 的取值对完美匹配层的性能有重要影响。然而, 式 (3) 中参数 α_0 和 β_0 的物理意义不明确, 给参数取值带来了一定的困难。为克服这一缺陷, 有必要对该伸展函数进行改进, 给出具有明确物理意义的参数形式。

以沿坐标轴 s 正方向传播的简谐波为例, 其位移函数可以表示为如下复变函数:

$$u(s, t) = U \exp(i\omega t - iks) \quad (4)$$

式中: U 为位移幅值 (m); k 为波数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长 (m)。

将式 (1) 和式 (2) 代入式 (4) 中, 可以得到伸展坐标下弹性波的位移函数:

$$u(s, t) = U \exp\left[-\frac{b(s)}{c_{\text{out}}}\right] \exp[i\omega t - ika(s)] \quad (5)$$

式中: c_{out} 为外行波波速 (m/s)。函数 $a(s)$ 和 $b(s)$ 可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} a(s) &= s_0 + \int_{s_0}^s \alpha_s(s') ds' \\ b(s) &= \int_{s_0}^s \beta_s(s') ds' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

分析式 (5) 可以发现, 在物理坐标 s 下观察完美匹配层内的波形, 其幅值可以用原幅值 U 表示为 $\tilde{U}(s) = U \exp[-b(s)/c_{\text{out}}]$, 该幅值随着坐标 s 的增加

单调递减。容易验证, 对于沿着 $-s$ 方向传播的平面波, 完美匹配层内其幅值同样会随着坐标 s 的减小而减小。本文拟以外行波首次到达边界 s_t 时的幅值为依据来给定伸展函数参数, 对 s_t 处反射波的衰减情况不作讨论。

另一方面, 外行波沿着 $a(s)$ 坐标按波数 k 均匀分布。 $a(s)$ 表示坐标 s 的拉伸空间, 在 s 处该拉伸空间的度规 $\tilde{g}_{\mu\mu}$ ^[23] 可表示为

$$\tilde{g}_{\mu\mu} = \frac{\partial a(s)}{\partial s^\mu} \frac{\partial a(s)}{\partial s^\mu} = \alpha_s^2(s) \quad (7)$$

式中: μ 为坐标分量指标记号。可以看到, 随着坐标 s 的增加, 完美匹配层伸展空间的弧长逐渐增加且处处不等。因此, 从物理坐标 s 下观察, 外行波的波长随坐标值的增加逐渐减小, 与原波长 λ 的关系为 $\tilde{\lambda}(s) = \lambda / \alpha_s(s)$ 。

综上所述, 完美匹配层对外行波的作用效应 (见图 2) 有两种: ①坐标 s 处的波长为 $\tilde{\lambda}(s)$, 其值随坐标 s 的增加单调递减, 且由缩放函数 α_s 决定; ②外行波到达外边界 s_t 前, 波的幅值分布为 $\tilde{U}(s)$, 其值同样随坐标 s 的增加单调递减, 且由衰减函数 β_s 决定。为便于定量分析, 引入如下量纲一函数:

$$\left. \begin{aligned} f_L(s) &= \frac{\tilde{\lambda}(s)}{\lambda} = \frac{1}{\alpha_s(s)} \\ f_A(s) &= \frac{\tilde{U}(s)}{U} = \exp[-b(s)/c_{\text{out}}] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $f_L(s)$ 为完美匹配层内坐标 s 处波长与原始波长的比值, 称为波长函数; $f_A(s)$ 为完美匹配层内坐标 s 处衰减波幅值与原始幅值的比值, 称为波幅函数。波长函数和波幅函数分别刻画了完美匹配层内弹性波波长和波幅的分布形态。与伸展函数中 α_s 和 β_s 的定义不同, 式 (8) 直接给出了外行波在完美匹配层内的几何形态, 更易于直观定义。

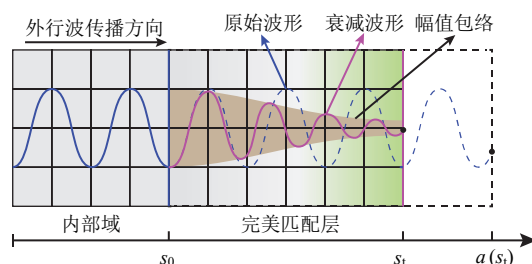


图 2 完美匹配层对波形的作用效应

Fig.2 Effect of perfectly matched layer on waveform

本文中, 暂不通过式 (8) 来定义新的伸展函数, 而是对常用的多项式伸展函数 (式 (3)) 进行改进, 使其更易于使用。联立式 (3)、(6)、(8) 可以得到

与原伸展函数对应的波长函数和波幅函数分别为

$$\left. \begin{aligned} f_L^{\text{orig}}(s) &= \left\{ 1 + \alpha_0 \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^p \right\}^{-1} \\ f_A^{\text{orig}}(s) &= \exp \left\{ -\frac{\beta_0}{c_{\text{out}}(p+1)} \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^{p+1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中：上标 **orig** 表示该函数与改进前的伸展函数相对应。

式 (9) 中伸展函数参数 (α_0, β_0) 缺乏对波长、波幅分布的直观描述, 使其取值相对困难。为此, 本文引入波长系数 $\alpha_L = f_L(s_t)$ 和波幅系数 $\beta_A = f_A(s_t)$, 分别表示波长函数和波幅函数在边界 s_t 处的值。将式 (9) 用参数 (α_L, β_A) 进行表示, 可以得到改进后的波长函数和波幅函数为

$$\left. \begin{aligned} f_L^{\text{impr}}(s) &= \left\{ 1 + \left(\frac{1}{\alpha_L} - 1 \right) \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^p \right\}^{-1} \\ f_A^{\text{impr}}(s) &= \exp \left\{ \ln(\beta_A) \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^{p+1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中：上标 **impr** 表示该函数与改进后的伸展函数相对应。进一步, 可以得到改进后的缩放函数和衰减函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s(s) &= 1 + \left(\frac{1}{\alpha_L} - 1 \right) \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^p \\ \beta_s(s) &= \ln \left(\frac{1}{\beta_A} \right) \frac{c_{\text{out}}(p+1)}{L_{\text{pml}}} \left[\frac{(s-s_0)n_s}{L_{\text{pml}}} \right]^{p+1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当内部域含有多种类型的外行波时, 建议波速 c_{out} 取弹性纵波速度 c_p 。 α_L 和 β_A 的取值可以根据波长函数和波幅函数的分布特征来确定。对于波长分布, 当 L_{pml} 一定时, 波长压缩越剧烈, 完美匹配层内的总波数越多, 每个波长需承担的幅值变化量就越小; 但当波长被过度压缩时, 准确模拟压缩后外行波所需的网格尺寸也越小。对于波幅分布, 首先需要保证外行波到达边界处时的幅值足够小; 其次, 外行波幅值的变化应该尽可能平滑地过渡, 避免因单位波长范围内幅值衰减过大而产生数值反射。

如图 3 所示, 以多项式次数 $p=2$ 为例, 分析完美匹配层参数对波长函数和波幅函数的影响。可以看到, 当 $s=s_0$ 时, 完美匹配层的波长函数和波幅函数均为 1.0, 表示在完美匹配层与内部域交界处, 外行波波形和内部域相同。随着 s 坐标的增加, 波

长函数和波幅函数均相对平滑地减小。当 $s=s_t$ 时, 其值则分别为波长系数 α_L 和波幅系数 β_A 。随着 α_L 的减小, 波长函数的平滑性逐渐降低; 随着 β_A 的减小, 外行波到达 s_t 处时其幅值被衰减的程度越高。但是, 当 β_A 过小时, 减小 β_A 所能带来的幅值衰减量很小, 还会显著影响波幅函数的平滑性。根据上述分析, 本文建议按如下方法确定完美匹配层参数:

首先, α_L 值参考常规有限元 (线性单元) 模拟弹性波时对网格尺寸的要求进行确定: 网格尺寸须小于最短弹性波长 (压缩后) 的 $1/10 \sim 1/8$ 。据此, 可以得到 α_L 的取值应该满足:

$$\alpha_L \geq (8 \sim 10) \frac{L_c}{\lambda} \quad (12)$$

式中: L_c 为单元网格尺寸 (m)。

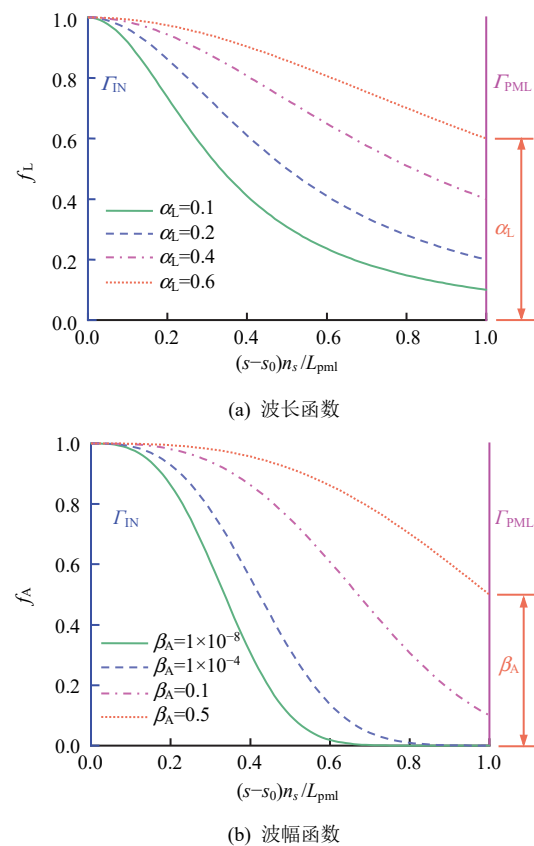


图 3 完美匹配层参数对波长函数和波幅函数的影响
Fig.3 Effect of perfectly matched layer parameters on wave length function and wave amplitude function

β_A 的值应根据用户希望外行波到达边界 Γ_{PML} 时波幅被衰减的程度进行确定。但是, β_A 值不宜过小, 本文建议应尽可能让波幅函数曲线位于图 3(b) 中的对角线上, 使伸展函数既能满足波幅衰减量的要求, 又具备良好的平滑性。

本文中, 基于改进后的坐标伸展函数, 采用周

鹏发等^[7]的方法，在 ABAQUS/Explicit 中实现了该时域完美匹配层。

2.2 域缩减法原理及实现

域缩减法 (domain reduction method, 简称 DRM) 最早由国外学者 Bielak 等^[13]提出, 典型的完美匹配层-域缩减法数值模型如图 4 所示。其中, Ω 表示截断模型的内部域; 在内部域和完美匹配层之间设置一层单元 (称其为驱动域), 相应的力学参数与内部域 Ω 保持一致; Γ_b 和 Γ_c 分别表示驱动域的内边界和外边界, Γ_c 和完美匹配层内边界 Γ_{IN} 在同一位置; Γ_{PML}^N 和 Γ_{PML}^D 分别表示完美匹配层的自由边界和位移边界; Γ^N 表示内部域的自由边界。采用域缩减法进行地震波输入分两步执行: ①求解排除了场地局部特征的自由场响应 u^0 ; ②根据式 (13) 计算并施加作用在驱动域上的等效节点力 P_{eff} 。现有文献^[12-13]已对域缩减法的基本原理和理论推导进行了充分论述, 此处不再赘述。

$$P_{eff} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{bc}^{\Omega+} \ddot{u}_c^0 - C_{bc}^{\Omega+} \dot{u}_c^0 - K_{bc}^{\Omega+} u_c^0 \\ + M_{cb}^{\Omega+} \ddot{u}_b^0 + C_{cb}^{\Omega+} \dot{u}_b^0 + K_{cb}^{\Omega+} u_b^0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

式中: $M^{\Omega+}$ 、 $C^{\Omega+}$ 和 $K^{\Omega+}$ 分别为驱动域单元的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{u}^0$ 、 $\dot{u}^0$ 和 u^0 分别为驱动域节点的自由场加速度、速度和位移; 下标 b 和 c 分别表示相应值与驱动域边界 Γ_b 和 Γ_c 上的自由度对应。

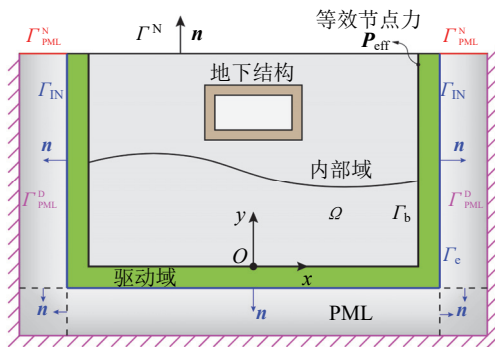


图 4 域缩减法数值模型

Fig.4 Numerical model of domain reduction method

因 ABAQUS/Explicit 中无法直接提取驱动域单元矩阵 $M^{\Omega+}$ 、 $C^{\Omega+}$ 和 $K^{\Omega+}$, 须根据 DRM 模型的网格信息对相关矩阵进行自定义计算。如图 5 所示, 基于 ABAQUS/Explicit 并采用 Python 程序对 DRM 进行实现。首先, 按图 4 建立 DRM 数值模型, 并对驱动域单元、边界 Γ_b 和 Γ_c 上的节点进行单独分组。然后, 通过 ABAQUS 提供的模型数据库 (MDB) 接口, 提取驱动域内节点坐标、单元节点

组成 (element connectivity) 和单元的材料参数等信息。其中, 材料列表按单元列表进行逐个单元提取。特别地, 设 Γ_b 和 Γ_c 上的总节点数分别为 m_b 和 m_c , 节点列表中 $1 \sim m_b$ 行储存 Γ_b 上的节点; $m_b + 1 \sim m_b + m_c$ 行储存 Γ_c 上的节点。

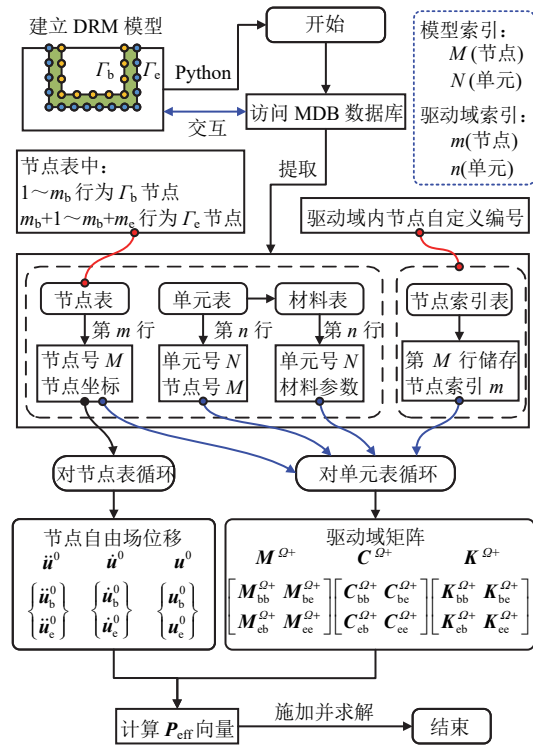


图 5 域缩减法实现流程

Fig.5 Implementation procedure for domain reduction method

有限元数值模型中, 单元和节点的编号是建立计算方程的关键。设 DRM 数值模型中节点和单元的编号分别为 M 和 N (称为模型域索引), 而提取的驱动域节点和单元在相应列表中的索引号分别为 m 和 n (称为驱动域索引, 也即自定义编号)。引入节点索引列表来储存提取节点的驱动域索引, 便于通过节点的模型域索引访问节点列表。据此, 驱动域节点自由场位移通过 (按先后顺序) 遍历自定义的节点表进行计算; 驱动域有限元矩阵 ($M^{\Omega+}$ 、 $C^{\Omega+}$ 和 $K^{\Omega+}$) 通过遍历自定义单元列表进行计算和组装。其中, 矩阵组装也按自定义节点编号 (驱动域索引) 执行, 矩阵规模由驱动域网格的总自由度决定, 避免了不必要的内存消耗。计算得到驱动域节点的自由场位移向量和总体矩阵后, 按式 (13) 计算等效节点力并施加于模型上, 完成域缩减法建模。

2.3 非均匀弹性波自由场位移

本节讨论弹性半空间超临界角入射 SV 波和

Rayleigh 波的自由场位移计算方法, 这两类波动形式属于对工程结构影响显著的非均匀弹性波。

2.3.1 超临界角入射 SV 波

斜入射 SV 波在自由表面的反射关系如图 6 所示。其中, SV_I 、 SV_{II} 和 P_{II} 分别为入射 SV 波、反射 SV 波和反射 P 波。

$$\theta_p = \arcsin(c_p \sin \theta_s / c_s) \quad (14)$$

式中: θ_p 为反射 P 波的反射角 ($^\circ$); θ_s 为入射 SV 波的入射角或反射 SV 波的反射角 ($^\circ$); c_s 为弹性横波波速 (m/s)。

斜入射 SV 波的临界角 $\theta_{s,cr}$ 为

$$\theta_{s,cr} = \arcsin(c_s / c_p) \quad (15)$$

当 SV 波入射角大于临界角 $\theta_{s,cr}$ 时, 式 (14) 中 θ_p 的解为一系列共轭复根^[24]。特别地, 取 $\theta_p = \pi/2 + i\tilde{\theta}_p$ ($\tilde{\theta}_p > 0$), $\tilde{\theta}_p$ 表示反射 P 波反射角的虚部。此时, SV 波在地表发生全反射, 产生沿自由面传播的 P 型非均匀滑行波。根据复变函数理论, 可得

$$\begin{cases} \sin \theta_p = +\cosh \tilde{\theta}_p \\ \cos \theta_p = -i \sinh \tilde{\theta}_p \end{cases} \quad (16)$$

将式 (16) 代入次临界角入射 SV 波的频域位移解^[24]中, 可以得到超临界角入射 SV 波的自由场位移 u_s 为

$$\begin{aligned} u_s = & U_s^i \begin{Bmatrix} +\cos \theta_s \\ +\sin \theta_s \end{Bmatrix} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{\sin \theta_s}{c_s} x' + \frac{\cos \theta_s}{c_s} y' \right) \right] + \\ & U_s^i R_{VV} \begin{Bmatrix} -\cos \theta_s \\ +\sin \theta_s \end{Bmatrix} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{\sin \theta_s}{c_s} x' - \frac{\cos \theta_s}{c_s} y' \right) \right] + \\ & U_s^i R_{VP} \begin{Bmatrix} +\cosh \tilde{\theta}_p \\ -i \sinh \tilde{\theta}_p \end{Bmatrix} \exp \left(-\frac{\omega \xi y'}{c_m} \right) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x'}{c_m} \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

式中: U_s^i 为入射 SV 波的位移幅值 (m); R_{VV} 和 R_{VP} 分别为反射 SV 波和反射 P 波的位移反射系数, 表达式见式 (18); c_m 为非均匀 P 波的相速度 (m/s); ξ 为非均匀 P 波辅助变量。

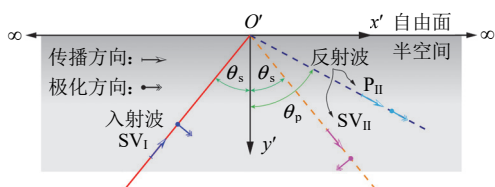


图 6 SV 波在自由表面的反射

Fig.6 Reflection of SV wave at the free surface

$$\begin{cases} R_{VV} = \frac{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p - \kappa^2 \cos^2(2\theta_s)}{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p + \kappa^2 \cos^2(2\theta_s)} \\ R_{VP} = \frac{2\kappa \sin 2\theta_s \cos 2\theta_s}{\sin 2\theta_s \sin 2\theta_p + \kappa^2 \cos^2(2\theta_s)} \end{cases} \quad (18)$$

式中: κ 为波速比, 即 $\kappa = c_p / c_s$ 。

$$\begin{cases} c_m = c_p / \cosh \tilde{\theta}_p \\ \xi = c_m \sinh \tilde{\theta}_p / c_p \end{cases} \quad (19)$$

注意到, 式 (17) 中位移反射系数 R_{VV} 和 R_{VP} 均为复数, 非均匀 P 波幅值随埋深的衰减与频率相关。根据傅里叶变换原理, 可以得到超临界角入射 SV 波的时域位移解表达式为

$$\begin{aligned} u_s = & U_s^i \begin{Bmatrix} +\cos \theta_s \\ +\sin \theta_s \end{Bmatrix} \left\{ f \left(t - \frac{\sin \theta_s}{c_s} x' + \frac{\cos \theta_s}{c_s} y' \right) + \right. \\ & U_s^i \begin{Bmatrix} -\cos \theta_s \\ +\sin \theta_s \end{Bmatrix} \left\{ g_A \left(t - \frac{\sin \theta_s}{c_s} x' - \frac{\cos \theta_s}{c_s} y' \right) + \right. \\ & U_s^i \begin{Bmatrix} g_B(t - x'/c_m) \\ g_C(t - x'/c_m) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

式中, $f(\cdot)$ 为具有单位幅值的时变函数, 刻画了输入地震波的基本形态; 时变函数 $g_A(\cdot)$ 、 $g_B(\cdot)$ 和 $g_C(\cdot)$ 是 $f(\cdot)$ 经过特定调制后得到的函数, 表达式分别为

$$\begin{aligned} g_A(t) &= \mathcal{F}^{-1} [R_{VV} F(i\omega)] \\ g_B(t) &= \mathcal{F}^{-1} \left[+\cosh \tilde{\theta}_p R_{VP} \exp \left(-\frac{\omega \xi}{c_m} y' \right) F(i\omega) \right] \\ g_C(t) &= \mathcal{F}^{-1} \left[-i \sinh \tilde{\theta}_p R_{VP} \exp \left(-\frac{\omega \xi}{c_m} y' \right) F(i\omega) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 为逆傅里叶变换算符; $F(\cdot)$ 为时变函数 $f(\cdot)$ 的频谱。

2.3.2 Rayleigh 波

Rayleigh 波由特定形式的非均匀 SV 波和非均匀 P 波耦合形成: 以图 6 中的下行波 SV_{II} 和 P_{II} 为例, 令其出射角分别为 $\theta_s = \pi/2 + i\tilde{\theta}_s$ ($\tilde{\theta}_s > 0$) 和 $\theta_p = \pi/2 + i\tilde{\theta}_p$ ($\tilde{\theta}_p > 0$), 其中 $\tilde{\theta}_s$ 为 SV_{II} 波出射角的虚部。二者水平相速度等于 Rayleigh 波波速 c_R 时, 正好耦合形成 Rayleigh 波。此时, 关于出射角虚部 $\tilde{\theta}_s$ 和 $\tilde{\theta}_p$ 的双曲三角函数满足:

$$\begin{cases} \cosh \tilde{\theta}_p = c_p / c_R, \sinh \tilde{\theta}_p = \sqrt{c_p^2 / c_R^2 - 1} \\ \cosh \tilde{\theta}_s = c_s / c_R, \sinh \tilde{\theta}_s = \sqrt{c_s^2 / c_R^2 - 1} \end{cases} \quad (22)$$

Rayleigh 波的频域位移响应为 P 型滑行波和 S 型滑行波的叠加, 表示为 u_R :

$$u_R = U_p \left\{ \begin{array}{l} +\cosh \tilde{\theta}_p \\ -i \sinh \tilde{\theta}_p \end{array} \right\} \exp \left(-\frac{\omega \xi y'}{c_R} \right) \exp \left[i \omega \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \right] + U_p S_{PV} \left\{ \begin{array}{l} +i \sinh \tilde{\theta}_s \\ +\cosh \tilde{\theta}_s \end{array} \right\} \exp \left(-\frac{\omega \zeta y'}{c_R} \right) \exp \left[i \omega \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \right] \quad (23)$$

式中: U_p 为 P 型滑行波位移幅值 (m); S_{PV} 为 SV 型滑行波位移幅值与 P 型滑行波位移幅值的比值, 由地表应力边界条件推出, 如式 (24) 所示; 变量 ξ 和 ζ 的值按式 (25) 进行计算; Rayleigh 波的波速 c_R 通过 Rayleigh 方程^[24]进行计算。

$$S_{PV} = \kappa \frac{2i\xi}{\zeta^2 + 1} \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = \sqrt{1 - c_R^2 / c_p^2} \\ \zeta = \sqrt{1 - c_R^2 / c_s^2} \end{array} \right\} \quad (25)$$

根据傅里叶变换原理, 可以得到 Rayleigh 波的自由场位移时域表达式为

$$u_R = U_p \left\{ \begin{array}{l} h_A \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \\ h_B \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \end{array} \right\} + U_p \left\{ \begin{array}{l} h_C \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \\ h_D \left(t - \frac{x'}{c_R} \right) \end{array} \right\} \quad (26)$$

时变函数 $h_A(\cdot) \sim h_D(\cdot)$ 表达式分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} h_A(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[+\cosh \tilde{\theta}_p \exp \left(-\frac{\omega \xi y'}{c_R} \right) F(i\omega) \right] \\ h_B(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[-i \sinh \tilde{\theta}_p \exp \left(-\frac{\omega \xi y'}{c_R} \right) F(i\omega) \right] \\ h_C(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[+i \sinh \tilde{\theta}_s S_{PV} \exp \left(-\frac{\omega \zeta y'}{c_R} \right) F(i\omega) \right] \\ h_D(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[+\cosh \tilde{\theta}_s S_{PV} \exp \left(-\frac{\omega \zeta y'}{c_R} \right) F(i\omega) \right] \end{array} \right\} \quad (27)$$

至此, 本文得到了均质弹性半空间中超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波的自由场位移时域表达式。计算等效节点荷载时, 直接采用 Python 程序对任意点的自由场响应 (位移、速度、加速度) 进行计算。本文按如下步骤执行: ①输入地震波时程, 通过傅里叶变换计算其双边谱; ②取双边谱的正频率部分 (含 Nyquist 频率), 并由式 (21) 或式 (27) 中方

括号内的表达式计算正频率部分调制后的频谱, 负频率部分由正频率部分的值共轭对称得到; ③对调制后的频谱进行逆傅里叶变换, 得到相应时域信号。

3 数值验证

3.1 改进伸展函数有效性

为验证改进伸展函数参数的有效性, 以弹性条带介质内的纵波吸收问题为例, 分析波长系数 α_L 和波幅系数 β_A 对完美匹配层性能的影响。如图 7 所示, 模型内部域长度为 60 m, 完美匹配层厚度取为 10 m。模型内部域采用 ABAQUS 内置的 CPE4R 单元进行模拟, 完美匹配层采用周鹏发等^[7]开发的位移-应力混合场单元 Q4/4 进行模拟, 网格尺寸均为 1 m。作为比较, 建立了长度为 3 km 的扩大模型 (全长均用 CPE4R 单元) 进行分析。经试算, 扩大模型能够保证右行波通过监测点后, 边界反射波还未到达监测点位置。

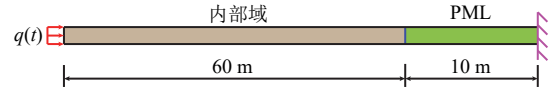


图 7 弹性条带截断模型

Fig.7 Truncated model of elastic strip

分析中, 弹性波纵波通过施加于模型左侧端面的 Ricker 子波应力时程进行激发^[25], 应力幅值为 10 kPa。Ricker 子波函数的定义式为

$$R(\tau) = A_r \left[1 - \frac{1}{2} (2\pi f_p)^2 \tau^2 \right] e^{-\frac{1}{4} (2\pi f_p)^2 \tau^2} \quad (28)$$

式中: A_r 为幅值, 其单位视时程代表的物理意义而定; f_p 为峰值频率 (Hz); τ 为含延迟时间 (s), 即用 $\tau = t - t_0$ 表示子波函数存在时间延迟 t_0 。此处延迟时间 t_0 的作用是对 Ricker 子波的波形进行平移, 本文默认取时间延迟为 $2/f_p$ 。本组计算取 Ricker 子波峰值频率为 5.0 Hz, 相应单位幅值时程曲线及对应频谱如图 8 所示。

为考虑地层类型的影响, 弹性介质参数分别按《城市轨道交通结构抗震设计规范》(GB 50909—2014)^[26]中的坚硬土 ($500 \text{ m/s} \leq c_s \leq 800 \text{ m/s}$) 和中软土 ($150 \text{ m/s} \leq c_s \leq 250 \text{ m/s}$) 进行取值, 具体物理力学参数如表 1 所示。

分析中, 对模型内部域和吸收边界交界处的水平位移进行监测, 并与扩大模型结果对比。二者的差异通过归一化均方根偏差 NRMSD 进行定量评价:

$$\text{NRMSD} = \frac{\sqrt{\sum (u_{\text{res}} - u_{\text{ref}})^2 / \bar{N}}}{\max(|u_{\text{ref}}|)} \quad (29)$$

式中： u_{res} 和 u_{ref} 分别为截断模型位移响应和扩大模型位移响应； $|\cdot|$ 为绝对值符号； $\bar{N}$ 为数据点数。当计算结果的采样点位不一致时，先通过数据重采样将其统一，再计算偏差指标。

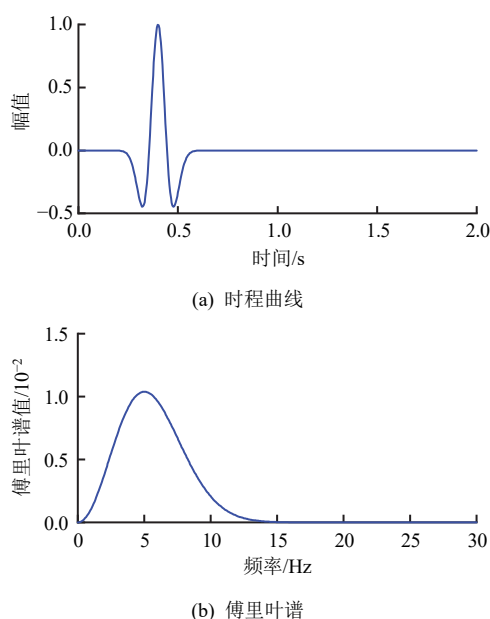


图8 Ricker子波时程及其傅里叶谱

Fig.8 Time history of Ricker wavelet and its Fourier spectrum

表1 弹性介质力学参数

Table 1 Mechanical parameters of elastic media

参数类别	弹性模量 E/MPa	泊松比 ν	质量密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
坚硬土	2 218.1	0.25	2 100
中软土	197.6	0.30	1 900

图9给出了完美匹配层取不同参数时，截断模型位移响应与扩大模型位移响应的NRMSD曲线。其中，波幅系数 β_A 分别取0.1、0.001和0.000 01（即要求外行波到达PML外边界时波幅值衰减为原来的0.1~0.000 01倍），该取值范围能够满足大多数工程问题的要求。对于不同的波幅系数值，当波长系数 α_L 逐渐减小时（即使外行波在PML内被压缩得更剧烈），均出现NRMSD值突然增大，使完美匹配层的吸收性能急剧降低。本质上，这是由于外行波被过度压缩时，既定尺寸网格已无法精确模拟压缩后的外行波（空间采样频率过小），从而产生了数值反射。同时，在按式(12)给出的理论建议取值区内，不同地层参数和不同波幅系数条件下，完美匹配层均表现出良好的吸收效果（NRMSD均小

于1%）；随着 α_L 增大NRMSD的变化很小，体现出良好的鲁棒性。

综上所述可知，改进后的完美匹配层参数具有明确的物理意义，参数取值的理论依据清晰，有效提高了完美匹配层使用的便捷性。

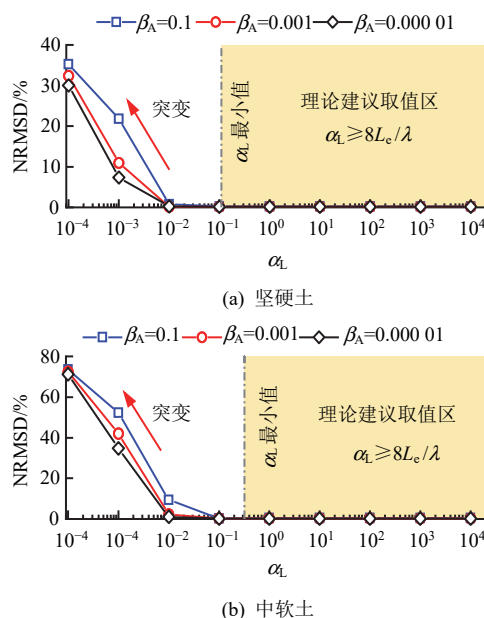


图9 完美匹配层参数对位移偏差的影响

Fig.9 Effect of perfectly matched layer parameter on displacement deviation

3.2 不同吸收边界对比

为对比本文完美匹配层吸收边界与现有传统人工边界的吸收性能，建立如图10所示的均质半空间截断模型进行分析。模型内部域尺寸为宽 $\times$ 高=160 m $\times$ 80 m，采用ABAQUS内置的CPE4R单元进行模拟。数值模型内部域的物理力学参数如图10所示，相应的弹性纵波速度和弹性横波速度分别为519 m/s和277 m/s。激励荷载竖直向下作用于地表 $-2 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m}$ 范围内，荷载幅值取为100 kPa。激励荷载Ricker子波时程的峰值频率取为5.0 Hz。取峰值频率的3倍作为弹性波最高频率参考值(15 Hz)^[11]，得到界限网格尺寸为5.6~6.9 m，建模过程中取保守尺寸1 m进行网格划分。

模型内部域外侧（左、右边界和底部边界）设置4种不同的人工边界进行对比分析，分别为完美匹配层、集中黏弹性边界、ABAQUS内置无限元边界和固定边界。为评价不同人工边界的计算精度，采用扩大模型计算“无限域”位移响应时程作为对比。不同工况下人工边界（或外部域）与完美匹配层的位置关系如图11所示。模型完美匹配层的厚度取为10 m（10层单元），采用周鹏发等^[7]开发的位

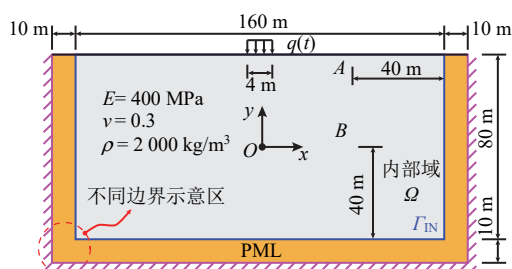


图 10 均质半空间截断模型

Fig.10 Truncated model of homogeneous half-space

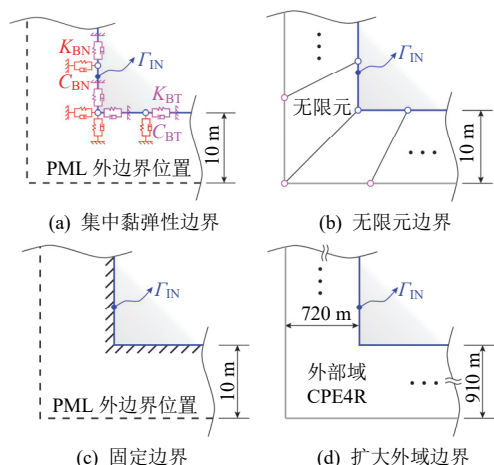


图 11 不同人工边界示意图

Fig.11 Schematic diagrams of different artificial boundaries

移-应力混合场单元 Q4/4 进行模拟。黏弹性边界参数按刘晶波等^[27]给出的建议值确定, 边界弹簧刚度和阻尼系统可表示为

$$\left. \begin{aligned} K_{BN} &= \alpha_N \frac{G}{R} \sum L_i, C_{BN} = \rho c_p \sum L_i \quad (\text{法向}) \\ K_{BT} &= \alpha_T \frac{G}{R} \sum L_i, C_{BT} = \rho c_s \sum L_i \quad (\text{切向}) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式中: K_{BN} 和 C_{BN} 分别为法向弹簧刚度和阻尼系数; K_{BT} 和 C_{BT} 分别为切向弹簧刚度和阻尼系数; α_N 和 α_T 分别为法向和切向边界参数, 本文分别取 $\alpha_N = 1.0$ 和 $\alpha_T = 0.5$; G 为剪切模量; R 为波源到人工边界节点的距离, 取各边界点到波源距离的平均值; $\sum L_i$ 为与人工边界节点相关的边界长度。

图 12 给出了设置不同人工边界时监测点 A、B 处的位移响应。可以看到, 采用固定边界时外行波在边界处发生反射, 使截断半无限空间内质点持续振动; 采用扩大模型时 (对应真实半无限空间), 弹性波通过后质点恢复静止, 后续时程曲线平直、位移接近于 0。设置黏弹性边界和无限元边界时, 弹性波首次通过后时程曲线上能观察到较低幅值的边界反射波, 但最终质点也恢复静止。与设置黏弹性边界和无限元边界的工况比较, 完美匹配层工况的响应时程与扩大模型结果吻合度更高。为定量比较不同吸收边界对外行波的吸收效果, 对各工况位移响应时程与扩大模型解的归一化均方根偏差进行计算, 如表 2 所示。

从表 2 中可以看到, 完美匹配层工况位移响应与扩大模型结果的归一化均方根偏差最小, 各点的最大值为 0.23%。设置黏弹性边界和内置无限元边

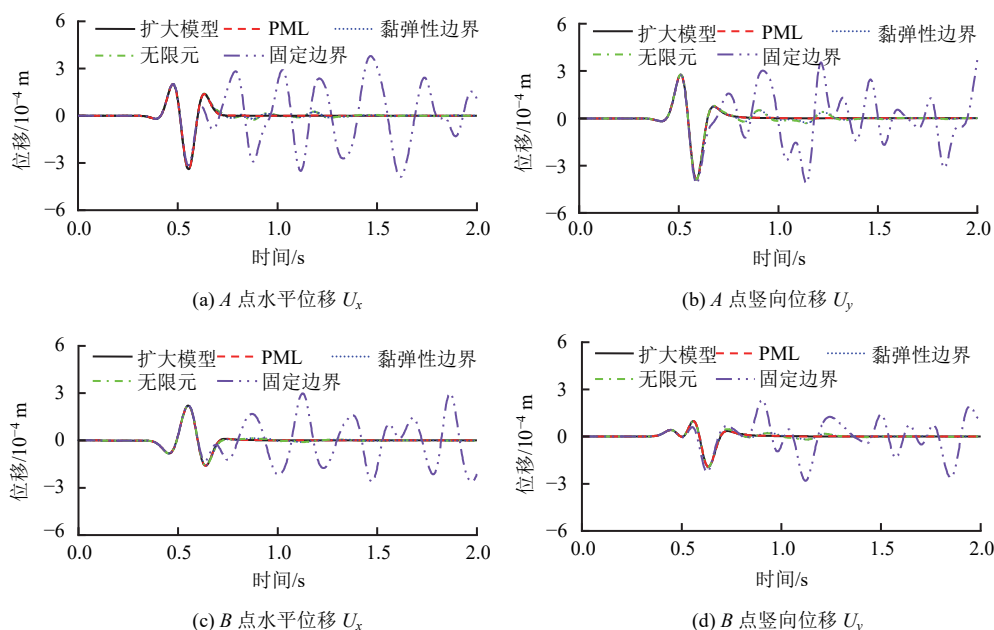


图 12 均质截断半空间位移响应时程

Fig.12 Displacement time histories in the truncated homogeneous half-space

界时, 归一化均方根偏差数量级一致, 且数值约为完美匹配层工况的 10 倍左右。整体上, 黏弹性边界的波动吸收性能优于内置无限元边界。设置固定边界时, 截断模型与扩大模型位移响应的归一化均方根偏差大于 35%, 位移响应曲线已经严重背离半无限空间的真实结果。综上所述可得, 与现有常用人工边界相比, 完美匹配层对外行波的吸收性能更优, 能显著提高岩土-结构动力相互作用分析的计算精度。

表 2 位移响应时程归一化均方根偏差 (单位: %)

Table 2 NRMSD of displacement time histories (unit: %)

边界类型	A 点 U_x	A 点 U_y	B 点 U_x	B 点 U_y
完美匹配层	0.19	0.19	0.11	0.23
黏弹性边界	1.73	3.04	1.84	3.47
无限元边界	2.15	3.19	1.75	3.44
固定边界	48.79	35.54	54.78	47.83

3.3 超临界角入射 SV 波输入精度

为了验证超临界角入射 SV 波的输入精度, 建立如图 13 所示的数值模型进行分析。其中, 内部域及驱动域均采用 ABAQUS 内置的 CPE4R 单元进行模拟, 网格尺寸为 1 m。入射波采用峰值频率为 6 Hz 的 Ricker 子波时程作为位移函数, 其延迟时间取为 $t_0 = 1.0$ s。入射 SV 波的位移幅值取为 $U_s^i = 3 \times 10^{-3}$ m。数值模型的物理力学参数如图 13 所示。经计算, 该弹性介质的斜入射 SV 波临界角约为 32.3° 。本算例中, 分别取入射角 θ_s 为 40° 、 60° 和 80° 进行分析, 对超临界角入射 SV 波的输入精度进行验证。

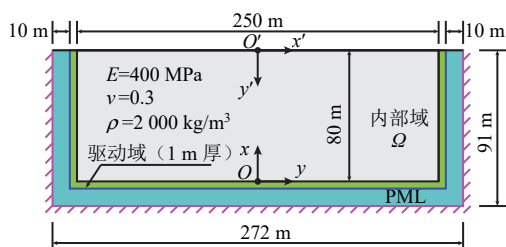


图 13 完美匹配层-域缩减法验证算例

Fig.13 A numerical example for PML-DRM validation

平面 SV 波以不同入射角输入时, 弹性介质内的位移幅值云图如图 14 所示。可以看到, SV 波在地表处发生全反射, 入射 SV 波和反射 SV 波位移场在半空间内呈倒 V 形分布。不同入射角条件下, 模型内均没有观察到频散现象, 与理论预期一致。随着入射角的增大, 入射 SV 波和反射 SV 波等相位面之间的夹角逐渐减小。当入射角为 80° 时, 反

射 SV 波的相位角接近 $-\pi$ (反相), 此时地表入射 SV 波和反射 SV 波趋于相互抵消, 可以在地表附近观察到向右传播的非均匀 P 波。

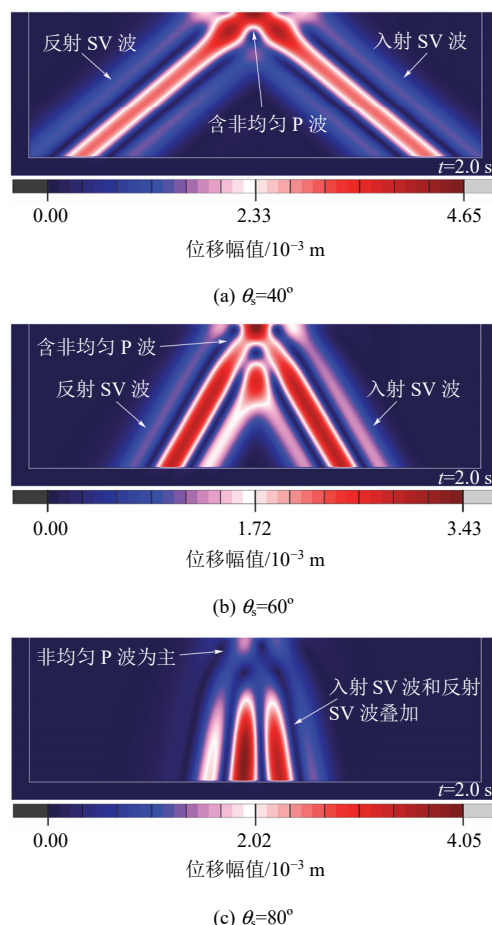


图 14 SV 波超临界角入射位移幅值云图

Fig.14 Displacement magnitude subjected to SV wave incidence at supercritical angle

如图 15 所示, 为进一步验证模型的计算精度及稳定性, 对模型地表中部 O' 点处的位移响应时程进行监测, 并与解析结果对比。可以看到, SV 波以不同角度入射时, 地表位移数值解和解析解吻合良好。不同工况下, 数值解和解析解的归一化均方根偏差均小于 1%。图 16 中, 给出了不同入射角条件下 O' 点处质点的运动轨迹。由于输入波中含有多种频率成分, 此时地表质点在 $O'-x'-y'$ 平面内发生复杂的回环运动。随着入射角的增大, 质点运动方向由顺时针方向逐渐过渡到逆时针方向, 与理论预期一致。

综上所述, 本文方法能够实现弹性半空间中超临界角入射 SV 波的精确输入, 准确模拟其基本力学行为。相比现有方法, 本文方法在地层均为均质条件时更具优势, 即不必采用额外数值方法^[18]计算超临界角入射 SV 波的自由场响应。

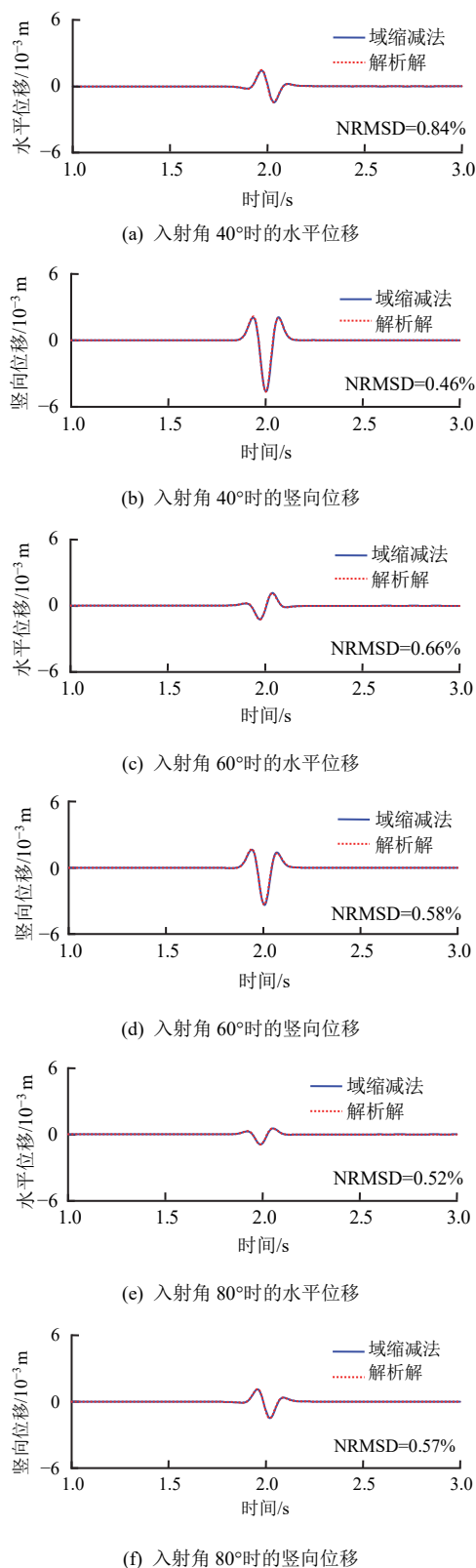


图 15 不同 SV 波入射角时的地表位移

Fig.15 Surface displacement at different SV wave incident angles

3.4 Rayleigh 波输入精度

为验证 Rayleigh 波的输入精度, 采用 3.3 节中的数值模型和移时程进行分析。本算例中, 取 Rayleigh 波 P 型滑行波分量的位移幅值为 $U_p =$

$3 \times 10^{-3} \text{ m}$ 进行计算。

Rayleigh 波传播至模型地表中部时的位移幅值云图如图 17 所示。可以看到, Rayleigh 波位移幅值分布形态左右对称。随着埋深的增加, 位移幅值逐渐减小。同时, 因 Rayleigh 波的高频成分沿 y' 轴的衰减更快, 埋深越大时位移幅值云图的空间展布更宽。在吸收边界附近, 没有额外的外行波产生, 表明本文方法实现了 Rayleigh 波的准确输入。

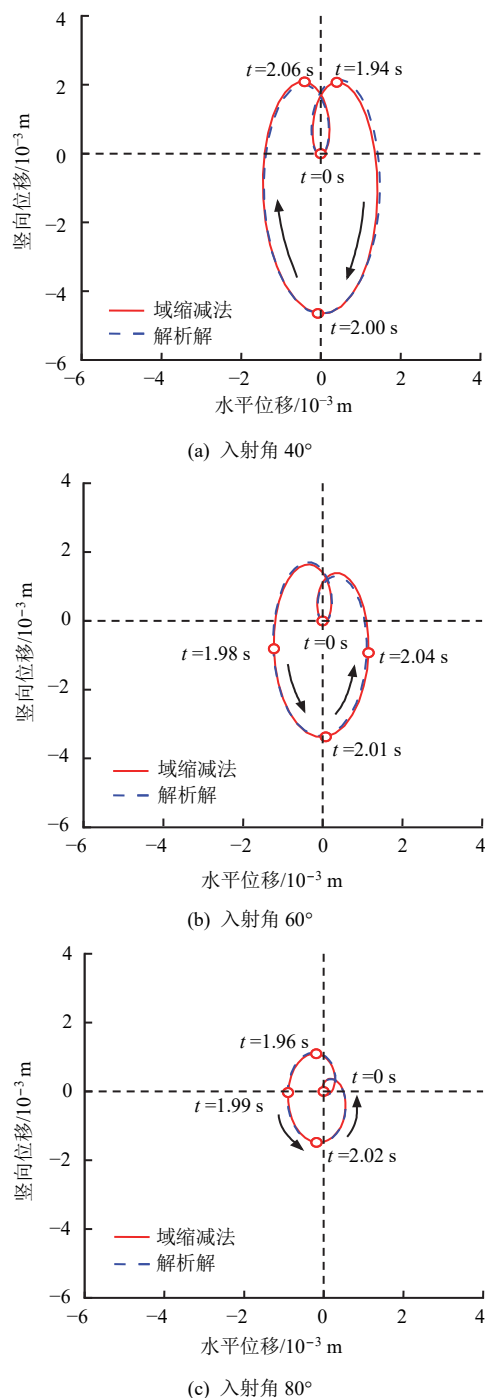


图 16 不同 SV 波入射角时的地表质点运动轨迹

Fig.16 Motion trajectories of surface particles at different SV wave incident angles

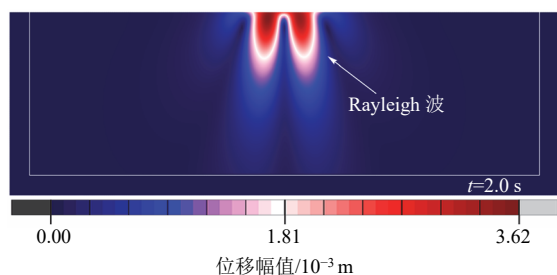


图 17 Rayleigh 波入射位移幅值云图

Fig.17 Displacement magnitude subjected to Rayleigh wave incidence

为了定量分析 Rayleigh 波入射时的输入精度,对地表中部 O' 点处的位移响应时程进行提取分析,如图 18 所示。从图 18(a)、18(b)中可以看到,监测点处的水平位移响应和竖向位移响应均与对应解析解吻合良好,相应的归一化均方根偏差均小于 1%。证明本文方法能够实现弹性半空间 Rayleigh 波的准确输入。Rayleigh 波入射时,监测点处质点的运动轨迹如图 18(c)所示。可以看到,地表质点按逆时针方向作回环运动,与理论预期一致。受输入波多频分量的影响,地表质点运动轨迹不再是理想的椭圆形,而是一系列椭圆叠加后的复杂环形图样。

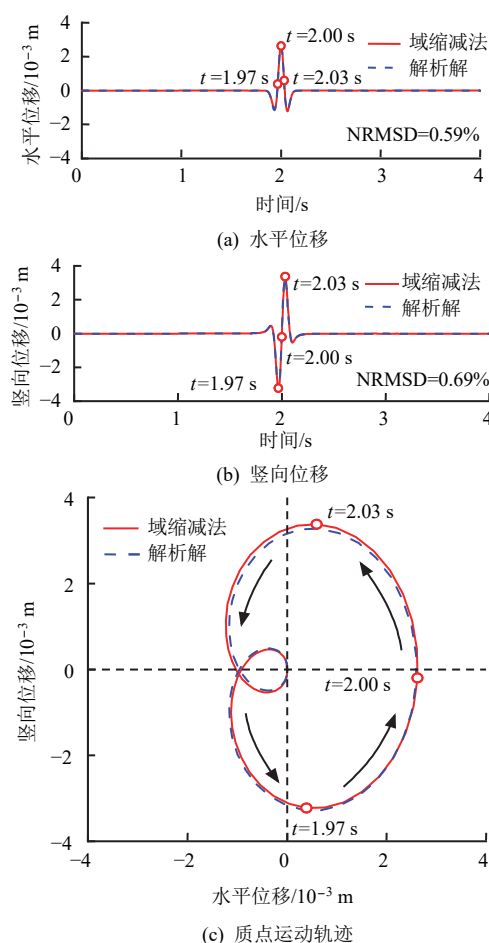


图 18 Rayleigh 波入射地表位移响应

Fig.18 Surface displacement subjected to Rayleigh wave incidence

4 结 论

(1) 完美匹配层坐标伸展后,空间度规发生改变,在物理坐标下对外行波具有波长压缩和波幅衰减两类作用效应。通过引入波长系数和波幅系数对完美匹配层伸展函数进行改进,有效提高了该吸收边界的使用便捷性。

(2) 相比传统黏弹性边界和无限元边界,完美匹配层具有更高的外行波吸收效率。黏弹性边界和无限元边界模型结果与扩大模型结果的归一化均方根偏差具有相同的数量级。相同条件下,完美匹配层结果的归一化均方根偏差约为黏弹性边界和无限元边界的 1/10。

(3) 完美匹配层-域缩减法能够准确输入超临界角入射 SV 波和 Rayleigh 波,截断模型自由场位移数值解和解析解的归一化均方根偏差小于 1%。

本文基于改进型完美匹配层和有限元域缩减技术,对弹性半空间中的非均匀波输入问题进行了研究。限于篇幅,未对该方法在工程中的应用作进一步讨论。本文方法在岩土及地下工程地震响应分析中具有广阔的应用前景,有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 高波,王峥峥,袁松,等.汶川地震公路隧道震害启示[J].西南交通大学学报,2009,44(3): 336-341.
GAO Bo, WANG Zheng-zheng, YUAN Song, et al. Lessons learnt from damage of highway tunnels in Wenchuan earthquake[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2009, 44(3): 336-341.
- [2] LYSMER J, KUHLEMEYER R L. Finite dynamic model for infinite media[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1969, 95(4): 859-877.
- [3] 刘晶波,王振宇,杜修力,等.波动问题中的三维时域黏弹性人工边界[J].工程力学,2005,22(6): 46-51.
LIU Jing-bo, WANG Zhen-yu, DU Xiu-li, et al. Three-dimensional visco-elastic artificial boundaries in time domain for wave motion problems[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(6): 46-51.
- [4] ZIENKIEWICZ O C, EMSON C, BETTESS P. A novel boundary infinite element[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1983, 19(3): 393-404.
- [5] 廖振鹏,周正华,张艳红.波动数值模拟中透射边界的稳定实现[J].地球物理学报,2002,45(4): 533-545.
LIAO Zhen-peng, ZHOU Zheng-hua, ZHANG Yan-hong.

- Stable implementation of transmitting boundary in numerical simulation of wave motion[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2002, 45(4): 533-545.
- [6] KUCUKCOBAN S, KALLIVOKAS L F. A symmetric hybrid formulation for transient wave simulations in PML-truncated heterogeneous media[J]. **Wave Motion**, 2013, 50(1): 57-79.
- [7] 周鹏发, 申玉生, 高登, 等. 基于混合有限元的显式时域完美匹配层研究[J]. **岩土力学**, 2025, 46(5): 1605-1619.
- ZHOU Peng-fa, SHEN Yu-sheng, GAO Deng, et al. Explicit time-domain perfectly matched layers base on mixed finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2025, 46(5): 1605-1619.
- [8] FATHI A. Full-waveform inversion in three-dimensional PML-truncated elastic media: theory, computations, and field experiments[D]. Austin: The University of Texas at Austin, 2015.
- [9] KUCUKCOBAN S, KALLIVOKAS L F. A mixed perfectly-matched-layer for transient wave simulations in axisymmetric elastic media[J]. **Computer Modeling in Engineering & Sciences**, 2010, 64(2): 109-145.
- [10] 彭刚, 刘云龙, 陈灯红, 等. 基于完美匹配层人工边界的坝-基动力相互作用研究[J]. **岩土力学**, 2022, 43(11): 3144-3152.
- PENG Gang, LIU Yun-long, CHEN Deng-hong, et al. Study on the dam-foundation dynamic interaction based on artificial boundary of perfectly matched layer[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(11): 3144-3152.
- [11] ZHANG G L, ZHAO M, ZHANG J Q, et al. Scaled boundary perfectly matched layer (SBPML): a novel 3D time-domain artificial boundary method for wave problem in general-shaped and heterogeneous infinite domain[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2023, 403: 115738.
- [12] 吴冬. 山岭隧道洞口段地震损伤反应特性与损伤评价方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016.
- WU Dong. Study on seismic response characteristic and damage evaluation method of tunnel portal[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016.
- [13] BIELAK J, LOUKAKIS K, HISADA Y, et al. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part I: theory[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 2003, 93(2): 817-824.
- [14] 刘晶波, 吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J]. **土木工程学报**, 1998, 31(3): 55-64.
- LIU Jing-bo, LÜ Yan-dong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1998, 31(3): 55-64.
- [15] 刘晶波, 宝鑫, 谭辉, 等. 土-结构动力相互作用分析中基于内部子结构的地震波动输入方法[J]. **土木工程学报**, 2020, 53(8): 87-96.
- LIU Jing-bo, BAO Xin, TAN Hui, et al. Seismic wave input method for soil-structure dynamic interaction analysis based on internal substructure[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2020, 53(8): 87-96.
- [16] 李小军, 任朋亮, 王玉石, 等. 不同形状三维凹陷地形场地对地震动影响比较分析[J]. **岩土力学**, 2023, 44(11): 3327-3338.
- LI Xiao-jun, REN Peng-liang, WANG Yu-shi, et al. Comparison and analysis of the influence of different shapes of 3D concave topographies on site ground motion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(11): 3327-3338.
- [17] 申辉, 刘亚群, 刘博, 等. 地震波斜入射下岩质边坡放大效应的数值模拟研究[J]. **岩土力学**, 2023, 44(7): 2129-2142.
- SHEN Hui, LIU Ya-qun, LIU Bo, et al. Numerical study on the amplification effect of rock slopes under oblique incidence of seismic waves[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(7): 2129-2142.
- [18] 张季, 谭灿星, 叶国涛, 等. SV 波超临界角斜入射时层状地基地震动输入在 ABAQUS 中的实现[J]. **工程力学**, 2021, 38(4): 200-210.
- ZHANG Ji, TAN Can-xing, YE Guo-tao, et al. Realization of ground motion input in ABAQUS for layered foundation under SV wave of oblique incidence over critical angle[J]. **Engineering Mechanics**, 2021, 38(4): 200-210.
- [19] BAO X, LIU J B, TAN H, et al. A comparative analysis of seismic response of shallow buried underground structure under incident P, SV and Rayleigh waves[J]. **Earthquake Research Advances**, 2022, 2(4): 100179.
- [20] ZHANG W, SEYLABI E E, TACIROGLU E. An ABAQUS toolbox for soil-structure interaction analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2019, 114: 103143.
- [21] 禹海涛, 王治坤. 地下结构地震响应分析的高效混合模拟方法[J]. **岩土工程学报**, 2024, 46(1): 45-53.
- YU Hai-tao, WANG Zhi-kun. Efficient hybrid simulation method for seismic response analysis of underground structures[J]. **Chinese Journal of Geotechnical**

- Engineering**, 2024, 46(1): 45-53.
- [22] YUAN Y, FAN Z X, LIU F, et al. A DRM-SMM framework for wave propagation in layered saturated ground under inclined P1-SV waves[J]. **Computers and Geotechnics**, 2023, 162: 105658.
- [23] TAPP K. Differential geometry of curves and surfaces[M]. Switzerland: Springer, 2016.
- [24] AKI K, RICHARDS P G. Quantitative seismology[M]. Mill Valley, California: University Science Books, 2002.
- [25] 张莹莹, 王云专, 石颖, 等. 雷克子波频率研究[J]. 地球物理学进展, 2017, 32(5): 2162-2167.
- ZHANG Ying-ying, WANG Yun-zhuan, SHI Ying, et al. Frequencies of the Ricker wavelet[J]. **Progress in Geophysics**, 2017, 32(5): 2162-2167.
- [26] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50909—2014 城市轨道交通结构抗震设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. GB 50909—2014 Code for seismic design of urban rail transit structures[S]. Beijing: China Planning Press, 2014.
- [27] 刘晶波, 宝鑫, 李述涛, 等. 采用黏弹性人工边界时显式算法稳定性的改善研究[J]. 工程力学, 2023, 40(5): 20-31.
- LIU Jing-bo, BAO Xin, LI Shu-tao, et al. Stability improvement of explicit algorithm when using viscoelastic artificial boundary[J]. **Engineering Mechanics**, 2023, 40(5): 20-31.
-
- 上接第 3242 页
- [28] YE M, NI P, MAITRA S. Response of flexible pipes buried in sand under multi-directional movement: understanding fault-pipeline interaction[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2024, 187: 108978.
- [29] KONG D Q. Large displacement numerical analysis of offshore pipe-soil interaction on clay[D]. Oxford: University of Oxford, 2015.
- [30] KONG D, MARTIN C M, BYRNE B W. Modelling large plastic deformations of cohesive soils using sequential limit analysis[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2017, 41(18): 1781-1806.
- [31] 王祖乐, 孔德琼, 杜越明, 等. 岩土工程连续极限分析方法拓展与验证[J]. 岩土力学, 2023, 44(12): 3531-3540.
- WANG Zu-le, KONG De-qiong, DU Yue-ming, et al. Extension and validation of sequential limit analysis for geotechnical problems[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(12): 3531-3540.
- [32] 冯凌云, 朱斌, 代加林, 等. 深海管道水平向管-土相互作用大变形连续极限分析[J]. 岩土力学, 2019, 40(12): 4907-4915.
- FENG Ling-yun, ZHU Bin, DAI Jia-lin, et al. Modelling lateral pipe-soil interaction on soft clay using large displacement sequential limit analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(12): 4907-4915.
- [33] SHEWCHUK J R. Delaunay refinement algorithms for triangular mesh generation[J]. **Computational geometry**, 2002, 22(1-3): 21-74.
- [34] EINAV I, RANDOLPH M F. Combining upper bound and strain path methods for evaluating penetration resistance[J]. **International journal for numerical methods in engineering**, 2005, 63(14): 1991-2016.
- [35] RANDOLPH M F. Characterization of soft sediments for offshore applications[C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Site Characterisation. Porto, Portugal: [s. n.], 2004: 209-231.
- [36] ÖZKUL Z H, BIRGÖREN B. Effects of shear strength variability on the peak and residual horizontal resistance of on-bottom subsea pipelines in clay[J]. **Engineering Science and Technology, an International Journal**, 2023, 45: 101477.